마이크로플레인 모델을 이용한 화강암의 3차원 구성방정식 개발 및 암석거동 모사

Microplane Constitutive Model for Granite and Analysis of Its Behavior

지	광	습	Zi, Goang-Seup
문	상	<u></u> ድ ²	Moon, Sang-Mo
0]	인	도 ³	Lee, In-Mo

Abstract

The brittle materials like rocks show complicated strain-softening behavior after the peak which is hard to model using the classical constitutive models based on the relation between strain and stress tensors. A kinematically constrained three-dimensional microplane constitutive model is developed for granite. The model is verified by fitting the experimented data of Westerly granite and Bonnet granite. The triaxial behavior of granite is well reproduced by the model as well as the uniaxial behavior. We studied the development of the fracture zone in granite during blasting impact using the model with the standard finite element method. All the results obtained from the microplane model developed are compared to those from the linear elasticity model which is commonly used in many researches and practices. It is found that the nonlinearity of rocks significantly affects the results of analysis.

요 지

텐서(tensor) 이론에 기초한 기존의 구성방정식 모델은 암석(rock)과 같은 준취성 재료에서 나타나는 복잡한 변형열 화(strain softening) 과정을 기술하기가 어려우며, 특히 구속압에 따른 변형열화 과정의 변화를 잘 반영하지 못한다. 본 연구에서는 화강암의 3차원 거동을 예측 분석할 수 있는 구성방정식을 마이크로플레인 모델을 이용하여 개발하였 다. 화강암에 대한 마이크로플레인 모델은 Westerly 화강암과 Bonnet 화강암의 일축압축 및 삼축압축 시험 데이터와 최적을 이루도록 개발되었다. 개발된 마이크로플레인 모델은 화강암의 일축 및 삼축거동을 잘 예측하였다. 그리고 개발된 화강암의 마이크로플레인 모델을 유한요소법에 적용하여 암석지반 굴착시의 발파 모사를 통해 화강암의 비선 형 거동 및 발파시의 파쇄 영역을 해석하였다. 또한 마이크로플레인 모델을 이용한 비선형 해석결과와 탄성해석 결과 를 비교 분석한 결과 화강암의 거동은 비선형에 크게 영향을 받는 것으로 나타났다.

Keywords : Blasting, Fractured zone, Material modelling, Microplane model, Plasticity

1. 서 론

암석(rock)이나 콘크리트와 같은 준취성(quasi-brittle)

재료는 그 가용 변형률 내에 변형열화(strain softening) 구간이 존재하며 그 변형열화(strain softening)의 정도는 구속압에 따라 달라진다. 즉, 구속압력이 높아짐에 따라

¹ 정회원, 고려대학교 공과대학 사회환경시스템공학과 조교수 (Member, Korea Univ., g-zi@korea.ac.kr)

² 고려대학교 사회환경시스템공학과 석사과정 (Korea Univ., korea77moon@hanmail.net)

³ 정회원, 고려대학교 공과대학 사회환경시스템공학과 교수 (Member, Korea Univ., inmolee@korea.ac.kr)

^{*} 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2006년 8월 31일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

연성파괴로 그 파괴 모드가 변하게 되고 파괴 후에도 상당한 잔류강도를 갖게 된다. 또한 이들 재료의 압축과 인장시 서로 상이한 변형 열화도는 전단변형시 체적팽 창(shear dilatation)을 야기한다. 응력-변형률 텐서로 표 현되는 기존의 구성방정식 모델들은 연속체 손상역학 에 기초하여 모든 방향(orientations)들의 균열로 인한 손 상을 나타내는 균열밀도 텐서(crack density tensor)를 사 용한다. 그러나 재료의 파괴는 전형적으로 하나의 지배 적인 방향(dominant orientation)으로 집중되기 때문에 (Hoxha and Homand, 2000) 기존의 구성방정식 모델들 은 비현실적이라 볼 수 있다. Bazant(1984)와 공동연구 자들이 개발한 마이크로플레인 모델은 응력과 변형률 텐서를 무수히 많은 방향의 벡터로 분해한 다음, 이 응 력 벡터와 변형률 벡터간의 구성방정식을 직접 기술하 는 모델로서 기존의 구성방정식 모델보다 좀 더 획기적 이고 개념적으로 명확한 모델이다. 특히 실험 등을 통해 얻어진 경험적인 관계를 3차원 구성방정식에 직접 포함 시킬 수 있다.

본 연구에서는 연속체역학 해석으로서의 절리가 포 함되지 않은 신선한 화강암(intact granite)의 3차원 구성 방정식을 마이크로플레인 모델을 이용하여 개발하였다. 또한 개발된 구성방정식과 유한요소법을 이용하여 암 반 굴착시 발파를 모사하여 화강암의 거동을 해석하였 으며 그 해석 결과를 일반적으로 통용되는 선형탄성해 석에 근거한 접근법과 비교·분석하였다.

2. 화강암의 재료적 특성

화강암은 주로 석영(quartz), K-장석(feldspar), Na-사 장석(plagioclase), 운모(mica) 등의 성분으로 구성된 조 립질의 화성암으로서 취성이 매우 강한 암석이다. 또 한 강도에 영향을 크게 미치는 간극률이 다공성 암석

화강암	입자 크기	간극률(%)	일축압축 강도(MPa)	참고 문헌
Westerly 화강암* (<i>D</i> =2.54cm, <i>L</i> =5.08cm)	평균 0.75mm	0.9	255	Wawersik and Brace (1971)
Bonnet 화암* (<i>D</i> =6.3cm, <i>L</i> =12.6cm)	4.0mm(사장석) 2.0mm(석영)	_	185	Martin (1997)
Chelmsford 화강암** (15.2×20.3×25.4cm)	평균 2.8mm	_	150	Peng and Johnson (1972)
Indian 화강암* (<i>D</i> =2.5cm, <i>L</i> =6.25cm)	평균 0.3~0.5mm	0.55	285	Masuda. Koji 등 (1987)
밀양 화강암	평균 1~2mm	_	약 150	최용근 등 (2001)

표 1. 화강암의 재료적 특성 및 일축압축강도

(porous rock)과는 달리 1% 이내의 매우 작은 값을 보이 는 것으로 알려져 있다(Brace and Riley, 1972). 여러 문 헌을 통해 조사된 화강암의 재료적 특성 및 일축압축 강도를 표 1에 표시하였다. 암석의 파괴과정은 축방향 의 압축하중 작용시 최대하중이 가해지는 방향으로 발 생된 미세균열의 성장에 크게 영향을 받는 것으로 알려 져 있다(Brace 등, 1966; Wawersik and Brace, 1971; Martin, 1997).

Martin(1997)은 암석에 대한 응력-변형률 관계를 설 명하기 위해 그림 1에 표시된 것과 같이 세 가지 응력상 태를 이용하였다. 1) σ_a : 응력 σ_a 는 가해진 하중으로 인 해 축방향으로 미세균열(microcracks)들이 발생하기 시 작하여 재료에 손상이 유발될 때의 응력이다. 이때 재료 는 구조적으로 안정하다. Brace 등(1966)에 의하면 일축 압축 시험시 σ_a 는 첨두강도의 약 0.3~0.5배의 값을 갖 는 것으로 나타났다. 2) σ_a : 응력 σ_a 는 가해진 하중이 점점 증가하면서 불안정한 균열이 성장하고 이로 인하 여 축방향의 영구변형(permanent axial deformations)이 발생하여 재료의 거시적인 파괴(macroscopic failure)가 나타나기 시작할 때의 응력이다. 응력 σ_{cd} 는 첨두강도의 약 0.7~0.8배의 값을 가지며 이때부터 재료의 거시적



그림 1. 실내압축시험시 응력-변형률 곡선(Martin, 1997)

(*: 원주모양 시료, ** : 직육면체 시료, D=시료 직경, L=시료 길이)

인 체적팽창(macroscale dilation)이 발생하여 체적변형 률 곡선의 기울기는 반대로 변하게 된다. Bonnet 화강암 을 대상으로 한 Martin과 Chandler(1994)의 삼축압축시 험에 의하면 첨두강도에 대한 응력 σ_{cd} 의 비는 구속압에 영향을 받지 않는 것으로 나타났다. 3) σ_f : 응력 σ_f 는 첨두강도로서 일반적으로 일축압축시험시 σ_c 로 불린다. 일축압축강도 σ_c 는 재료적 특성이 아니라 일축압축시험 시 시료의 경계조건에 따라 변하는 값이지만(Martin and Chandler, 1994), 실무에서는 보통 이 값을 재료의 일축 압축강도로 사용한다.

일반적으로 압축하중 작용시 암석은 구속압이 작을 경우 축방향의 쪼개짐 현상(axial splitting)을 보이며 파 괴되는 반면 구속압이 증가함에 따라 전단파괴면(shear fault)이 형성되어 이 면에서의 미끄러짐 현상(sliding)으 로 인하여 파괴된다. 전단파괴면은 응력이 첨두강도에 도달하기 이전(그림 1의 III구간 이후)부터 발생된 축방 향의 미세균열로 인하여 재료 내 미소구조체가 파괴됨 으로써 발달하기 시작한다(Tapponnier and Brace, 1976). 미소구조체(microstructure)의 파괴는 주응력 방향과 일 정한 각을 이루는 한 면에 집중되고 결국 그 면은 전단 파괴면이 된다. 일반적으로 암석의 파괴거동은 구속압 력이 높아짐에 따라 취성거동에서 연성파괴로 파괴모드 가 변하게 되며 이 경우에는 파괴 후에도 크게 강도저하 를 보이지 않는다. 화강암의 연성거동을 관찰하기 위해 가해야 하는 구속압력은 매우 크다. 예를 들어 Westerly 화강암에 대한 Brace 등(1966)의 시험에서는 구속압이 약 400MPa일 때도 연성거동은 나타나지 않았다.

3. 마이크로플레인 모델 이론

3.1 운동학적 구속조건(Kinematic constraint)

마이크로플레인 모델은 응력과 변형률 텐서를 사용하

는 대신 응력과 변형률 벡터를 이용해서 재료의 구성방 정식을 개발할 수 있음을 제안한 Taylor(1938)의 발상에 기초한다. 변형률 텐서를 임의의 방향으로 투영하면 변 형률 벡터를 얻게 되고 이 변형률 벡터에 해당하는 응력 벡터를 얻을 수 있다. 응력 벡터를 가상일의 원리로 이용 해서 조합하면 목적으로 하는 응력 텐서를 얻을 수 있다. 여기서 변형률 벡터는 변형률 텐서의 정사영(projection) 이기 때문에 운동학적으로 구속된(kinematically constraint) 마이크로플레인 모델이라고 부르며 이러한 모델은 암 석과 같이 변형률로 거동을 보이는 취성재료의 안정성 확보에 유리하다(Bazant and Oh, 1985). 기존의 구성방 정식 모델들은 텐서 이론에 기초하여 거시적인 응력-변 형률 텐서 성분들 사이의 관계를 통해 정의되는데 비해 마이크로플레인 모델에서는 재료 내 한 점(point)에 대 한 임의의 방향에 작용하는 응력-변형률 사이의 관계에 의해 구성방정식 모델이 정의된다. 마이크로플레인이라 불리는 재료 내 한 점에 대한 임의의 방향은 미소구조체 에서의 회전면들의 거동을 나타내기 위한 가상의 면이 다. 각각의 마이크로플레인은 각각의 단위법선벡터 n_i 로 정의된다.

임의의 마이크로플레인에 작용하는 변형률 벡터는 변형률 텐서(macroscopic strain tensor) ε_{jk} 의 정사영(projection), 즉 $\varepsilon_j^n = \varepsilon_{jk} n_k$ 로 표현된다. 여기서 n_i 는 마이크로 플레인의 단위법선벡터를 나타낸다(그림 2(c)). 따라서 각 마이크로플레인에 작용하는 수직변형률 벡터 ε_{Ni} 와 그 크기 ε_N 는 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\varepsilon_{Ni} = n_i n_j n_k \varepsilon_{jk} , \quad \varepsilon_N = n_j \varepsilon_j^n = n_j n_k \varepsilon_{jk} = N_{ij} \varepsilon_{ij}$$
(1)

여기서 $N_{ij} = n_i n_j$ 이고, 아래첨자 기호는 직교좌표계 방 향 x_i (i = 1, 2, 3)를 나타낸다. 식 (1)을 이용하여 전단변 형률 벡터 ε_{Ti} 를 구하면 식 (2)와 같다(그림 2(c)).

$$\varepsilon_{Ti} = \varepsilon_j^n - \varepsilon_{Ni} = (\delta_{ij} - n_i n_j) n_k \varepsilon_{jk}$$



그림 2. 운동학적 구속조건에서의 마이크로플레인 모델

$$=\frac{1}{2}\left(n_{j}\delta_{ik}+n_{k}\delta_{ij}-2n_{i}n_{j}n_{k}\right)\varepsilon_{jk}$$
(2)

여기서 δ_{ij} 는 단위텐서(Kronecker's unit delta)이다. 전단 응력 벡터의 방향과 전단변형률 벡터의 방향은 일반적 으로 일치되지 않기 때문에 전단 변형률은 방향이 m_i 와 l_i 인 두개의 직각 성분인 ε_M 와 ε_L 으로 분해된다. 각각 마이크로플레인에서의 전단변형률 방향 m_i 와 l_i 는 축방 향 $x_1 - x_3$ 에 수직한 방향으로 선택된다. 예를 들어 벡터 m_i 가 x_3 에 수직한 방향으로 선택되면 m_i 는 다음과 같 이 된다.

$$m_1 = n_2(n_1^2 + n_2^2)^{-1/2}, m_2 = -n_1(n_1^2 + n_2^2)^{-1/2}, m_3 = 0$$
 (3)

m_i와 수직인 전단변형률 방향 l_i는 m_i와 n_i의 벡터
외적(product)으로 표현된다. 즉, l_i = e_{ijk}m_jn_k로 계산된
다. 여기서 e_{ijk}는 순환기호(permutation symbol)를 나타
내는데 123, 231, 312와 같이 순방향일 경우는 1, 역방향
일 경우는 -1, 그 밖의 경우는 0의 값을 가진다.

 $m_i, \ l_i$ 방향의 전단변형률 성분들은 $\varepsilon_M = m_i(\varepsilon_{ij}n_j)$ 와 $\varepsilon_L = l_i(\varepsilon_{ij}n_j)$ 로 표현된다. 변형률 텐서의 대칭성으로 인 해 전단변형률 성분들 ε_M 과 ε_L 은 다시 식 (4)와 같이 표 현될 수 있다.

$$\varepsilon_M = M_{ij}\varepsilon_{ij}, \quad \varepsilon_L = L_{ij}\varepsilon_{ij}$$
 (4)

여기서 $M_{ij} = (m_i n_j + m_j n_i)/2$ 이고 $L_{ij} = (l_i n_j + l_j n_i)/2$ 이 다(Bazant and Prat, 1988). 응력텐서 σ_{ij} 와 마이크로플레인 응 력요소 σ_N , σ_L , σ_M 사이의 정역학적 평형(static equvalence) 조건을 가상일의 원리를 이용해서 적용시키면 응력텐 서와 마이크로플레인 응력요소 간의 관계가 얻어진다 (Carol and Bazant 1991).

$$\begin{split} \sigma_{ij} &= \sigma_V \delta_{ij} + \sigma_{ij}^D \\ \sigma_{ij}^D &= \frac{3}{2\pi} \int_{\Omega} \left[(\sigma_N - \sigma_V) (N_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij}) + \sigma_L L_{ij} + \sigma_M M_{ij} \right] d\Omega \quad (5) \end{split}$$

여기서 σ_V는 구속응력, σ^D_{ij}는 축차응력 텐서, Ω는 단위 반구의 표면이다. 식 (5)의 적분은 해석적으로는 구하기 가 불가능하며, 수치적분법을 이용한다(Bazant and Prat, 1988).

3.2 탄성 및 비탄성 거동에 대한 마이크로플레인 모델

반취성 재료의 비탄성거동은 소위 응력-변형률 한계

함수(boundary function or yield surface)에 의해 설명될 수 있으며 한계함수값이내에서는 탄성 거동을 보인다. 이때의 응력은 선형탄성으로 변한다. 그러므로 응력증 분 $\Delta \sigma_{V}$, $\Delta \sigma_{D}$, $\Delta \sigma_{T}$ 는

$$\Delta \sigma_V = E_V \Delta \varepsilon_V, \ \Delta \sigma_D = E_D \Delta \varepsilon_D, \ \Delta \sigma_T = E_T \Delta \varepsilon_T \qquad (6)$$

여기서 $E_{\nu} = E/(1-2\nu), E_D = 5E/\{(2+3\mu)(1+\nu)\}, E_T = \mu E_D$ 이고, *E*는 탄성계수, *ν*는 포아송비, *μ*는 1로 선택할 수 있다(Carol and Bazant, 1991).

반취성 재료의 비탄성 거동은 무차원 변수들 즉, 재료 상수(material parameters)들로 정의된 응력-변형률 한계 함수들로 표현된다. 재료상수는 다양한 화강암에 공통 적으로 적용 가능한 c_i(i=1~15)값들과 각각의 화강암 의 특징을 반영하는 k;(i=1~4)값들로 구성된다. k;은 응력-변형률선도의 방사방향 크기(radial scaling)를 조 절하고, 변수 k_2 는 극한전단강도(ultimate friction)를 조 절한다. 또한 변수 k3와 k4는 체적변형을 조절한다. 응 력-변형률 한계함수는 수평(yield surfaces), 수직응력-변 형률, 축차응력-변형률, 전단거동, 체적변형 등의 5가지 로 설명된다. 만약 각각의 한계함수와 관련된 응력 값이 한계함수의 값을 초과할 경우 그 응력은 한계함수 값으 로 조정된다. 마이크로플레인 모델의 한계함수는 일반 적인 소성모델의 항복면(yield surface)와 같은 의미를 갖는다. 각 마이크로플레인의 응력이 갑작스럽게 감소 하지만, 전체적인 응력-변형률 구성방정식의 거동은 많 은 마이크로 플랜들의 상호작용으로 인해 연속적인 변 화를 보인다. 그리고 변형률 증분의 크기를 작게 하면 할수록 더욱 연속적인 거동을 얻을 수 있다. 물리적인 파괴를 모사하기 위해 전단거동 한계함수와 체적변형 한계함수를 제외한 모든 응력-변형률 한계함수에 변형 열화(strain-softening)를 도입하였다. 화강암의 비탄성 응력-변형률 한계함수는 콘크리트에 대한 마이크로플 레인 모델인 M4(Baznat 등, 2000)의 한계함수를 기초로 하여 4장에 개발되었다.

4. 비탄성 거동을 위한 응력-변형률 한계함수

재료의 비선형을 기술하기 위해 텐서에 기초한 전통 적인 소성모델에서는 소성한계(yield surface)를 정의하 고 응력상태가 소성한계 내에 위치하도록 제한한다. 마 이크로플레인 모델에서도 이와 비슷한 개념을 각 마이 크로 플랜 상의 응력성분인 *σ_N*, *σ_M*, *σ_L*에 적용한다. 식 (6)에서 계산된 응력증분을 더한 응력 값은 4.1절부터 4.5절까지의 응력-변형률 한계함수 내에 위치하도록 제 한한다. 이 응력-변형률 한계함수의 개발과 모델변수 설 정이 본 구성방정식 개발과 관련된 핵심부분이다.

4.1 수평 한계함수(Yield surfaces)

일축인장이나 일축압축 시험의 경우 화강암의 응력-변형률 곡선은 첨두부분에서 완만한(smoothed) 모양을 나타내며 이는 재료가 가지고 있는 연성(ductility)에 기 인한다. 이러한 특성을 나타내기 위해 전단항복 한계함 수와 체적변형 한계함수를 제외한 대부분의 한계함수는 마이크로플레인의 항복강도(yield limit)에 해당하는 응 력에 제한적인 완전 소성영역을 도입한다. 변형률 값이 수평한계 값에 도달하게 되면 모든 비탄성 변형률들은 많은 마이크로플레인들에 걸쳐 점진적으로 퍼지게 되고 이렇게 각 마이크로플레인들이 동시적으로 항복 되는 과정은 응력-변형률 곡선을 완만(smoothed)하게 만든다.

4.2 수직응력-변형률 한계함수

수직응력 σ_N 은 한 마이크로플레인에 수직으로 작용 하는 응력이며 구속응력 σ_V 과 축차응력 σ_D 로 구성된다. 변형열화과정(softening process)은 이 두 성분 중 한 곳 에 국부적으로 집중되는데(Bazant and Cedolin, 1991) 이 로 인해 ε_V 와 ε_D 는 반대부호의 큰 값을 가지게 되며 결 국 과도하게 큰 수직응력 σ_N 이 유발된다(Jirasek, 1993). 따라서 전체 수직응력에 대해 독립적인 인장열화 한계 함수(softening tensile boundary)가 필요하다. 인장열화 한계함수는 식 (7)과 같이 표현되며, 수직변형률 ε_N 이 커질수록 0에 접근하고 구속압이 증가함에 따라 감소정 도가 빠르다. 이러한 인장열화 한계함수는 물리적인 인 장균열의 특성을 나타낸다.

$$\sigma_N^{b+} = E k_1 c_1 \exp\left(-\frac{\langle \varepsilon_N - k_1 c_1 c_2 \rangle}{k_1 c_3 + \langle -c_4 \sigma_V / E_V \rangle}\right) \tag{7}$$

여기서 *σ*^{b+}_N는 수직 응력한계치, 〈*x*〉 기호는 Macaulay brackets으로서 0과 비교했을 때 큰 값을 사용하게 된다. 즉 〈*x*〉 =Max(*x*, 0)을 나타낸다. 첨자 'b+'는 한계지점에 서의 응력과 그 작용방향(+: 인장, -: 압축)을 의미한다.

4.3 축차응력-변형률 한계함수

화강암을 비롯한 암석은 구속압력이 작을 경우 압축변형 시 축차변형에 의해 체적이 팽창한다. 이러한 체적팽창은 인 장강도가 압축강도보다 작을 때, 즉 $-\sigma_D^{b-}(-\varepsilon_D) > \sigma_D^{b+}(\varepsilon_D)$ 일 때 그림 3과 같이 약 ±45° 회전된 마이크로플레인 에서 응력들의 상호작용으로 인하여 발생된다(Bazant and Gambarova, 1984). 암석은 횡방향 구속압이 작을 경 우 압축시 축차응력으로 인하여 축방향으로 균열이 발 생되며 이러한 축방향 균열로 인해 횡방향으로 팽창(그 림 3)하게 되는데 축차응력-변형률 한계함수는 이러한 현상을 조절한다. 압축과 인장에 대한 축차응력-변형률 한계함수는 다음 식과 같이 표현된다.

$$\sigma_D^{b-} = \frac{E_D k_1 c_8}{1 + (\langle -\varepsilon_D - k_1 c_8 c_9 \rangle / k_1 c_7)^2},$$

$$\sigma_D^{b+} = \frac{E_D k_1 c_5}{1 + (\langle \varepsilon_D - k_1 c_5 c_6 \rangle / k_1 c_{15})^2}$$
(8)

위 식에서 탄성계수 E대신 E_D를 사용하는 이유는 축 차응력-변형률 한계함수는 순수한 축차응력에 의한 변 형상태에서의 파괴과정을 나타내기 때문이다. 마찬가지 로 전단항복 한계함수와 체적변형 한계함수에서도 탄



그림 3. 수평방향 전단변형으로 인한 경사면에 작용하는 압축과 인장응력

성계수 E대신 각각 E_T 와 E_V 를 사용한다. 여기서 σ_D^b 와 σ_D^{b+} 는 각각 최소 또는 최대 축차응력치이다.

4.4 전단거동 한계함수

전단거동 한계합수는 수직응력에 따라 변화하는 내 부마찰(internal friction)거동을 나타낸다. 전단강도는 전 단항복면에 작용하는 수직응력에 비례한다. 또한 내부 마찰각은 전단항복면에 작용하는 수직응력에 대한 전 단강도의 비로부터 얻어질 수 있으며 이러한 내부마찰 각은 구속압이 증가함에 따라 점점 작아진다. 수직응력 이 작용하지 않는 상태에서도 전단강도는 0보다 큰 값 을 가지며 이는 재료에 점착력이 존재하기 때문이다. 마 이크로플레인 모델에 반영된 전단거동 한계합수는 다 음 식 (9)와 식 (10)와 같이 표현될 수 있다.

$$\sigma_T^b = \frac{E_T k_1 k_2 c_{10} \left\langle \sigma_N^0 - \sigma_N \right\rangle}{E_T k_1 k_2 + c_{10} \left\langle \sigma_N^0 - \sigma_N \right\rangle} \tag{9}$$

$$\sigma_N^0 = \frac{E_T k_1 c_{11}}{\left(1 + c_{12} \frac{\langle \varepsilon_V \rangle}{k_1}\right)} \tag{10}$$

식 (9)에서 σ_T 는 전단응력 성분인 σ_L 또는 σ_M 을 나타 낸다. $E_T k_1 k_2$ 는 수직응력이 무한대로 커졌을 때극한전 단강도를 나타낸다. 식 (10)은 전단응력과 수직응력의 관계를 나타내는 평면상에서 수직응력을 반영하는 가로 축과 교차한다. 가로축과 교차한 점에서의 수직응력 σ_N^{V} 은 잘 알려진 점착력이다. 식 (9)에 열화거동(softening) 이 직접적으로 나타나지는 않지만 거시적인 응력-변형 률 곡선에서는 첨두강도 이후에 수직응력 성분 σ_N 의 감 소로 인해 전단응력 한계치 σ_T^b 가 감소하며, 식 (11)에서 이러한 관계가 반영된다.

본 연구에서 조사된 화강암의 삼축압축시험 데이터 에서는 연성파괴로의 천이현상이 나타나지 않았지만 전단거동 한계함수의 주된 기능은 반취성 재료의 취성 파괴가 구속압이 커짐에 따라 연성파괴로 변하는 천이 과정을 반영하는 것이다. 파괴 메카니즘은 그림 3을 통 해서 잘 설명될 수 있다. 보통 암석의 경우 압축강도가 인장강도보다 크므로 취성파괴는 구속압력이 작을 경 우 σ⁺의 열화(softening)작용에 의해 발생된다. 그러나 횡방향 구속압력 *P*가 증가하면 σ⁺는 감소하여 결국 음 (-)의 부호를 갖게 되어 압축응력으로 작용한다. 전단항 복면에 작용하는 압축의 수직응력이 클수록 전단강도 도 커지므로 결국 횡방향 구속압력 *P*가 증가함에 따라 전단강도도 증가하게 된다. 이러한 조건에서 변형은 주 로 전단응력에 의해 저항되며 전단강도는 식 (10)에 의 해 결정된다. 이러한 현상은 결국 연성파괴로 이어진다.

4.5 체적변형 한계함수

암석은 등방의 구속압력이 작용할수록 탄성거동 이 후 변형열화 과정은 존재하지 않으며, 오히려 간극붕괴 로 인하여 경화(hardening)된다. 이러한 경화 과정은 압 축의 체적변형 한계함수를 이용하여 다음 식 (11)과 같 이 지수함수 형태로 표현할 수 있다(Bazant 등, 2000).

$$\sigma_V^{b-} = E_V k_1 k_3 \exp\left(-3\varepsilon_V / k_1 k_4\right) \tag{11}$$

여기서 σ_V^{-} 는 최소 구속응력 한계치이다. 한계함수의 강도와 기울기는 k_3 와 k_4 에 의해 각각 조절된다. 또한 일축인장 시험시 인장방향에 대해 약 ±45° 기울어진 마 이크로플레인에 전단응력이 발생되고 이러한 전단응력 이 거의 0의 값으로 열화(softening)될 때 재료는 과도하 게 체적팽창할 수 있다. 이러한 과도한 체적팽창을 조절 하기 위해서는 인장의 체적변형 한계함수가 필요하며 그 함수는 다음 식 (12)과 같이 표현될 수 있다.

$$\sigma_V^{b+} = \frac{E_V k_1 c_{13}}{\left[1 + \left(c_{14}/k_1\right) \left\langle \varepsilon_V - k_1 c_{13} \right\rangle\right]^2}$$
(12)

5. 시험데이터 정규화(Delocalization)

재료 내 임의의 한 점(point)에서의 거동을 다루는 구 성방정식을 개발하기 위해서는 시험 데이터를 정규화 (delocalization)할 필요가 있다. 정규화(delocalization)는 실내시험을 통해 얻어진 시험데이터를 재료 내 실제 손상 부의 데이터로 바꾸는 것을 의미한다. 시험데이터를 간단 하게 정규화시키는 방법은 Bazant 등(1994)에 의해 제안 된 바 있다(그림 4 참조). 보통 측정되는 변형률은 시료길 이 L에 대한 평균 변형률 \overline{e} 이다. 전체변형률 \overline{e} , 건전부의 변형률 e_u , 손상부의 변형률 e_c 의 관계는 직렬모델(Series coupling model)을 이용해서 $L\overline{e} = le_c + (L-l)e_u$ 로 나타낼 수 있다(Bazant and Cedolin, 1991, section 13.2). 여기서 L은 변형이 측정된 시료 길이, $l \in L$ 과 같은 방향으로



그림 4. 변형열화(strain-softening) 구간의 정규화(delocalization)

측정된 변형열화 구간을 나타내는 특성길이(characteristic length, 그림 4(a)), ε_c 는 계산하고자 하는 변형열화 구간 즉, 손상부에서의 변형률(그림 4(b)), ε_u 는 첨두 이후에 하중제하(unloading)를 겪는 건전부에서의 변형률(그림 4(b))을 나타낸다. $\varepsilon_u = \varepsilon_p - (\sigma_p - \sigma)/E$ (E: 탄성계 수, ε_p , σ_p :첨두부분에서의 변형률과 응력)로 표현되며 직렬모델 식에 대입하여 정리하면 첨두강도 이후의 손 상부 변형률에 대해서 다음 식 (13)과 같이 표현된다.

$$\varepsilon_c = \frac{L}{l}\overline{\varepsilon} - \frac{L-l}{l} \left(\varepsilon_p - \frac{\sigma_p - \overline{\sigma}}{E} \right)$$
(13)

여기서 *e*와 *σ*은 각각 실내시험시 측정된 변형률과 응 력을 나타낸다. 또한 손상이 발생된 부분의 특성길이 *l* 의 값은 *l* ≈ 3*d*_a(*d*_a: 재료의 최대 입자크기)로 예측할 수 있다(Bazant 등, 1996). 실내시험에서 측정된 응력-변형 률 곡선은 그림 4의 점 0,1,2,3을 따르는 곡선이다. 그러 나 실측 데이터를 직렬모델에 따라 정규화시키면 실제 재료의 손상 거동은 그림 4의 점 0,1,4,5를 지나는 곡선 이 된다.

그림 5는 신선한 암석으로 알려진 Westerly 화강암

(Wawersik and Brace, 1971)에 대해 일축압축과 삼축압 축시험 데이터를 정규화(delocalization)시킨 응력-변형률 관계를 나타낸다. 화강암에 대한 특성길이(characteristic length)는 표 1에서 조사된 입자크기를 반영하여 Westerly 화강암의 경우 약 3mm로 가정하였다.

6. 화강암의 마이크로플레인 모델 개발

6.1 3차원 구성방정식 개발

본 연구에서는 주로 Westerly 화강암(Wawersik and Brace, 1971)과 Bonnet 화강암(Martin, 1997)의 시험데이 터와 비교하여 최적의 마이크로플레인 모델을 개발하였다. 정규화된 시험 데이터와 비교하여 최적의 마이크로 플레인 모델을 얻도록 화강암의 비탄성 거동을 지배하는 경계함수의 무차원 재료상수(material parameters)들을 결정하였다. 각각의 화강암에 대한 정확한 구성방정식 모델을 적용하기 위해서는 각각의 시험데이터를 이용해야 하지만 본 연구에서 결정된 무차원 재료상수 c_i 값들은 다른 화강암에도 대략적으로 적용이 가능하며,



그림 5. Westerly 화강암의 일축 및 삼축시험 테이터 정규화(Wawersik and Brace, 1971)

표 2	2.	화강암에	대한	마이크로플레인	모델의	재료상수값(westerly	화강암)
-----	----	------	----	---------	-----	----------------	------

재료상수	재료상수들에 대한 설명	값
E	탄성계수	63000 MPa
u	포아송비	0.20
k_1	전반적인 응력-변형률 곡선 크기 조절	3.85×10^{-4}
k_2	극한 전단강도 거동 조절	1.10×10^{3}
k_3	간극붕괴(pore collapse)로 인한 강도 조절	2.09×10 ¹
k_4	간극붕괴 이후의 경화 (hardening) 조절	4.20×10^{2}
c_1	수직응력-변형률 한계함수의 소성 강도 조절	6.20×10^{-1}
c_2	수직응력-변형률 한계함수의 소성 변형률 조절	2.76×10 ⁰
c_3	수직응력-변형률 한계함수의 기울기 조절	4.00×10 ⁰
c_4	체적변형률에 의한 수직응력-변형률 한계함수 크기조절	7.00×10^{1}
c_5	인장 축차응력-변형률 한계함수의 소성 강도 조절	7.50×10^{-1}
c_6	인장 축차응력-변형률 한계함수의 소성 변형률 조절	2.00×10 ⁻¹
c_7	압축 축차응력-변형률 한계함수의 기울기 조절	2.50×10 ¹
c_8	압축 축차응력-변형률 한계함수의 소성 강도 조절	2.70×10 ⁰
c_9	압축 축차응력-변형률 한계함수의 소성 변형률 조절	3.00×10 ⁻¹
c_{10}	내부마찰각 조절	1.52×10 ⁰
c_{11}	구속압에 따른 전단거동 한계함수 조절	1.00×10^{0}
$c_{\!12}$	위와 동일	3.00×10 ⁻¹
$c_{\!13}$	인장 체적변형 한계함수의 소성 강도 조절	2.00×10 ⁻¹
c_{14}	인장 체적변형 한계함수의 기울기 조절	1.00×10^{-1}
c_{15}	인장 축차응력-변형률 한계함수의 기울기 조절	2.80×10 ¹

각각의 화강암의 강도나 기본적인 특징은 4개의 재료상 수 $k_i(i=1, 2, 3, 4)$ 변수들로 반영될 수 있는 것으로 가정 하였다. 개발된 화강암에 대한 마이크로플레인 모델의 무차원 재료상수(material parameters) 값들을 표 2에 표 시하였다.

재료상수 값들을 결정하는 것은 연속적인 방법을 통해 이루어진다(Caner and Bazant, 2000). 우선 일축압축시험 의 응력-변형률 곡선과 횡방향 변형률을 이용하여 탄성 계수와 포아송비를 쉽게 결정할 수 있다. 다음으로는 일 축압축 또는 구속압이 낮은 경우의 삼축압축 시험을 통 해 측정된 응력-변형률 곡선의 첨두강도 이후 거동을 이 용하여 축차응력-변형률 한계함수를 이루는 변수 k_1c_5 , k_1c_{15} , k_1c_7 , k_1c_8 , c_6 , c_9 등의 값들을 구할 수 있다. 응력-변 형률 곡선의 첨두부분의 완만한 곡선모양(roundness)은 재료상수 c_6 과 c_9 에 의해 결정되는데 이는 수평한계 (yield limits)의 길이를 변화시킴으로써 조절될 수 있다. k₁c₁₅와 k₁c₇값들은 첨두강도 이후의 응력-변형률 곡선 의 기울기를 조절함으로써 결정된다. k₁c₅와 k₁c₈값들은 압축재하시 횡방향 팽창을 조절함으로써 결정된다. 또 한 인장의 축차응력-변형률 한계함수에 대한 압축의 축 차응력-변형률 한계함수 비(|σ^b_D| /σ^b_D)를 이용하여 구속 압이 낮은 상태에서의 체적팽창(dilatation) 여부를 알 수 있다. 즉 |σ^b_D| /σ^b_D의 값이 1보다 클 경우는 재료가 팽창 함을 나타내고, 1보다 작을 경우는 재료가 수축함을 나 타낸다. 삼축시험 데이터를 이용하여 전단거동 한계함 수와 관련된 재료상수 값들을 결정할 수 있다.

변수 c_{10} 과 k_1c_{11} 의 값들은 내부마찰각과 수직응력이 0일때의 점착력을 이용하여 결정될 수 있다. c_{12}/k_1 에 의 해 나타나는 점착력 감소인자(cohesion reduction factor) 는 전단시험과 인장시험 데이터를 조합하여 결정될 수 있지만 본 연구에서는 시험 데이터의 부족으로 인하여 삼축시험 결과를 이용해서 결정하였다. 수직응력-변형 률 한계함수와 관련된 재료상수 $c_1 \sim c_4$ 의 값들과 체적 변형 한계함수와 관련된 k_4 의 값은 시험데이터가 충분 하지 못한 관계로 Bazant와 Zi(2003)가 석회암용 마이크 로플레인 모델인 M4R에서 사용한 값을 사용하였다. 화 강암에 대한 재료상수 $c_1 \sim c_4$ 의 값들과 k_4 값에 대하여 는 추가적인 연구가 필요하다.

6.2 마이크로플레인 모델과 시험 데이터와의 비교

6.2.1 일축거동

마이크로플레인 모델은 재료 내 임의의 한 점(point)에 대한 거동을 나타낸다. 본 연구에서는 개발된 화강암의 마이크로플레인 모델을 이용하여 실측 데이터와 비교하 였다. 또한 실측된 시험데이터를 정규화시키기 위한 특 성길이(characteristic length)는 표 1에서 조사된 입자크기 를 반영하여 Westerly 화강암의 경우 3mm, Bonnet 화강 암의 경우 10mm로 결정하였다. Westerly 화강암에 대한 재료상수 c_i와 k_i값들은 표 2에서 제시된 값들을 사용하 였다. Bonnet 화강암에 대한 재료상수 ci값은 Westerly 화강암에서 적용한 값과 동일하며 재료상수 k,값 및 탄 성계수, 포아송비는 각각 k1:0.000261, k2:1100, k3:20.85, k₄:420, E:63900MPa, v:0.21이다. 그림 6은 화강암에 대 한 일축압축 시험의 응력-변형률 곡선을 마이크로플레 인 모델과 비교한 그림이다. 개발된 마이크로플레인 모 델을 이용하여 화강암의 일축압축 거동을 예측한 결과 실측 데이터와 비슷한 첨두강도 값을 보였다. 또한 첨 두강도 이후의 변형열화(strain -softening) 거동도 실측 된 데이터와 비교적 잘 일치함을 보였다.

6.2.2 삼축거동

그림 7은 화강암(Wawersik and Brace, 1971; Martin, 1997))에 대한 삼축압축시험의 응력-변형률 곡선과 개 발된 화강암의 마이크로플레인 모델을 이용한 응력-변 형률 곡선을 비교한 그림이다. 실측된 삼축압축시험 데 이터는 일축압축시험과 같이 정규화 되었으며 Westerly 화강암과 Bonnet화강암에 대한 마이크로플레인 모델 적용시 재료상수 값들은 일축압축시험 예측시 사용한 값들과 똑같은 값들을 사용하였다. Westerly 화강암에 대한 삼축압축시험 데이터의 비교는 구속압이 각각 3.45, 10, 20, 80MPa일 때의 데이터 값을 사용하였다. 또한 실측 데이터와의 비교는 축방향 변형률이 8%일때 까지 나타내었다. 구속압에 따라 실측된 응력-변형률 곡 선과 마이크로플레인 모델을 이용한 응력-변형률 곡선 이 서로 비슷한 거동을 보임을 알 수 있다(그림 7(a)). 특히 구속압이 20MPa 이내에서는 실측 데이터와 마이 크로플레인 모델을 이용한 데이터가 첨두강도를 비롯 한 첨두강도 이후의 변형열화 거동도 비교적 잘 일치함 을 보여준다. 구속압이 80MPa인 경우는 응력수준이 상 당히 크며 마이크로플레인 모델을 적용한 경우 첨두강 도 및 첨두부분 이후의 응력이 실측 테이터에 비해 크게 나타났지만 전반적인 거동양상은 실측된 데이터와 비 슷함을 볼 수 있다. Bonnet 화강암에 대한 시험데이터의 비교는 구속압이 각각 10, 20, 40MPa일 때의 데이터 값을 사용하였다. Westerly화강암과 같이 Bonnet 화강 암에서도 마이크로플레인 모델이 구속압에 따른 첨두 강도 및 첨두강도 이후의 변형열화(strain-softening) 거 동을 잘 나타냄을 볼 수 있다(그림 7(b)).



(a) Westerly 화강암(Wawersik and Brace, 1971)



그림 6. 화강암의 일축압축시험 데이터 비교



그림 7. 화강암의 삼축압축시험 데이터 비교

7. 마이크로플레인 모델을 이용한 발파시 암석거 동 모사

발파시 암석지반의 거동을 해석하기 위해 본 연구 에서는 네덜란드 TNO사가 개발한 상업용 프로그램인 DIANA(ver. 8)에 Bonnet 화강암에 대한 마이크로플레 인 모델을 사용자 서브루틴(user subroutine)으로 연결하 여 시간의존성 동적 해석(transient dynamic analysis)을 수 행하였다. 해석 단면은 1공 발파를 기준으로 하였으며, 발파압력은 박봉기(2004)가 제안한 디커플링 장전시의 발파압력을 사용하였다. 해석시간 간격은 Valliappan 등 (1994)이 제안한 기준을 만족하도록 9µsec로 결정하였다. 해석 암석지반인 Bonnet 화강암의 입력 물성치는 탄성계

48cm

수 *E*=63.9GPa, 포아송비 *v*=0.21이며 밀도는 2.4g/cm³로 가정하였다.

그림 8은 최대 주변형률이 0.0003 이상인 영역을 표 시한 그림이다. 탄성모델을 적용한 경우에는 영역의 최 대 반경이 48cm인 반면 마이크로플레인 모델을 적용한 경우에는 최대 반경이 약 16.7% 줄어든 40cm 정도로 나타났다. 이는 탄성모델에서는 균열생성으로 유발된 손상으로 인한 에너지 소산이 반영 되지 못하는 반면, 마이크로플레인 모델에서는 파괴역학에 근거한 비선형 소성모델로서 암석지반의 비선형 거동 및 균열생성으 로 인한 손상에너지뿐만 아니라 첨두강도 이후의 거동, 즉 파괴 후의 에너지 소산까지도 잘 반영되어 이와 같은 에너지 소산으로 인해 발파 응력파의 전달속도가 작아





(a) 탄성모델



그림 9. 발파 응력파 진행 직각방향의 응력 변화

졌기 때문이다.

그림 9는 발파공 중심으로부터 거리에 따른 발파 응 력파 진행 직각방향 즉, 접선방향(tangential) 응력변화 를 시간에 따라 나타낸 그림이다. 탄성모델을 적용한 경 우 발파 응력파 도달시 압축응력이 발생하였다가 발파 응력파가 지나간 후에는 인장응력이 발생하는데 비해 마이크로플레인 모델을 적용한 경우에는 발파 응력파 도달시 압축응력이 발생하였다가 발파 응력파가 지나 간 후에는 인장응력의 발현이 거의 관찰되지 않았으며 대신 압축응력이 탄성해석의 경우보다 더 크게 발현되 었다. 이는 암석지반이 탄성모델일 경우 지반이 파괴상 태에 이르지 않기 때문에 포아송비의 변화가 크게 발생 하지 않는 반면 마이크로플레인 모델에서는 암석지반 이 실제 파괴상태에 이르러 포아송비의 변화로 인한 체 적팽창 때문이다.

Fujii 등(1998)은 Inada 화강암에 대한 일축압축 및 삼 축압축시험을 통해 첨두하중이 가해졌을 때 하중재하 방향에 직각인 방향 즉, 원주(circumferential)방향에서 의 주인장변형률(principal tensile strain)을 임계인장변 형률(critical tensile strain)로 정의하였다. 시험에 의하면 일축압축과 삼축압축시험에 대한 임계인장변형률은 각 각 0.002, 0.005로 측정되었으며, 특히 삼축압축시험에 서 계측된 임계인장변형률은 구속압의 크기에 거의 의 존하지 않는 특성을 지닌 것으로 조사되었다. 본 연구에 서는 암석의 실제적인 파쇄상태를 나타내기 위해 Fujii 등(1998)의 결과에 근거하여 '파쇄변형률'을 정의하였 으며, 발파 응력파 진행방향에 직각인 방향 즉, 접선방 향의 변형률을 파쇄 변형률로 사용하였다. 그림 10은 Fujii 등(1998)이 제안한 임계인장변형률에 해당하는 손 상범위의 변화를 시간에 따라 나타낸 그림이다. 접선방



그림 10. 접선방향 변형률에 기초한 시간에 따른 손상범위의 변화(마 이크로플레인 모델)

향 변형률이 0.002와 0.005일때의 손상범위는 발파공 중 심으로부터 각각 최대 24.8cm, 21.5cm정도로 나타났다. 그림 10에서 시간이 지날수록 임계인장변형률이 계산된 손상범위의 크기가 줄어드는 것으로 보이는데 이는 암 석지반이 임계인장변형률에 도달 후 제하(unloading)되 면서 발생하는 현상이므로 최대접선방향 변형률 0.005 를 경험한 암석이 속한 실제 손상범위는 약 21.5cm 이 내의 영역이다.

8. 결 론

본 연구에서는 화강암의 3차원 거동을 예측 분석할 수 있는 구성방정식을 마이크로플레인 모델을 이용하 여 개발하였다. 그리고 개발된 화강암의 마이크로플레 인 모델을 유한요소법에 적용하여 암석지반 굴착시 발 파 모사를 통해 화강암의 비선형 거동을 해석하였으며 그 결과를 탄성해석 결과와 비교 분석하였다. 연구수행 결과를 종합하면 다음과 같다.

(1) 일축압축 및 삼축압축 시험 데이터와 최적을 이루

도록 비탄성 거동을 지배하는 한계함수의 재료상수 들을 결정함으로써 화강암에 대한 마이크로플레인 모델을 개발하였다.

- (2) 개발된 마이크로플레인 모델을 이용하여 일축압축 거동을 예측한 결과 첨두강도 및 첨두강도 이후의 거동이 실측된 데이터와 비슷함을 보였다. 또한 개 발된 마이크로플레인 모델을 이용하여 삼축압축시 혐의 실측 데이터와 비교한 결과 구속압에 따른 화 강암의 거동 변화를 잘 예측하였다.
- (3) 마이크로플레인 모델을 유한요소법에 적용하여 디 커플링장전시 1공 발파 모사를 수행한 결과 암석지 반의 비선형 거동 및 파괴로 인한 에너지 소산 정도 가 잘 나타났다.
- (4) 파괴역학에 근거한 비선형 소성모델인 마이크로플 레인 모델을 적용한 결과 발파 응력파 도달시 발파 응력파 진행 직각방향(또는 접선방향)에 대하여 압 축응력이 작용하였다가 암석이 파괴되면서 발파공 주변 암석지반의 체적팽창과 포아송비의 변화로 인 하여 접선방향의 압축응력이 소산되는 것으로 나타 났다. 이는 발파 응력파 도달시 접선방향에 압축 응 력이 작용한 후 발파 응력파가 지나가면서 접선방 향에 인장응력이 작용하는 탄성해석과 큰 차이를 보인다.
- (5) 마이크로플레인 모델을 적용한 경우 발파 응력파 진행 직각방향(tangential)의 변형률 변화를 이용하 여 시간에 따른 손상범위의 변화를 직접적으로 유 추할 수 있다. Fujii 등(1998)이 시험을 통해 정의한 임계인장변형률을 화강암의 파쇄 변형률로 가정하 여 손상영역을 유추한 결과 접선방향 변형률이 0.002, 0.005일때의 범위는 발파공 중심으로부터 각 각 약 24.8cm, 21.5cm로 나타났다.

감사의 글

본 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술 평가원에서 위탁 시행하는 건설핵심기술연구개발사업 (04핵심기술 C01)에 의해서 이루어진 것으로, 이에 감 사를 드립니다.

참 고 문 헌

1. 박봉기 (2004), 터널 발파굴착에서 발파응력과 암반손상의 확률

론적 연구, 공학박사학위논문, 고려대학교.

- 최용근, 배성호, 박배한, 이정인, 전석원 (2001), "파괴역학모델을 이용한 수압파쇄시험 결과의 해석에 관한 연구", 터널과 지하공 간, 한국암반공학회지, 제 11권, 제 3호, pp.237-247.
- Bazant, Z.P. (1984), "Chapter 3: Microplane model for strain controlled inelastic behavior.", *Proc. Mech.. of Engrg. Mat.*, C. S. Desai and R. H. Gallagher eds., Wiley London, pp.45-59.
- Bazant, Z.P. and Prat, P.C. (1988), "Microplane model for brittle plastic material: I. Theory", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.114, pp.1672-1688.
- Bazant, Z.P. and Prat, P.C. (1988), "Microplane model for brittle plastic material: II. Verification", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.114, pp.1689-1702.
- Bazant, Z.P. and Oh, B.H. (1985), "Microplane model for progressive fracture of concrete and rock", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.111, pp.559-582.
- Bazant, Z.P., Xiang, Y. and Prat, P.C. (1996), "Microplane model for concrete. I. Stress-strain 6.boundaries and finite strain", *Journal* of *Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.122, No.3, pp.245-254 (with Errata Vol.123, No.3, pp.411).
- Bazant, Z.P., Xiang, Y., Adley, M.D., Prat, P.C. and Akers S.A. (1996), "Microplane Model for Concrete II: Data Delocalization and Verification", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.122, No.3, pp.255-262.
- Bazant, Z.P. And Cedolin, L. (1991), *Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories*, Oxford University Press, New York.
- Bazant, Z.P., Caner, F.C., Adley, M.D. and Akers, S.A. (2000), "Microplane model M4 for concrete I: formulation with workconjugate deviatoric stress", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.126, No.9, pp.944-953.
- Bazant, Z.P. and Zi, G. (2003), "Microplane constitutive model for porous isotropic rocks", *International Journal for Numerical an Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.27, pp.25-47.
- Brace, W.F., Paulding, B. and Scholz, C. (1966), "Dilatancy in the fracture of crystalline rocks", *Journal of Geophysical Research*, Vol.71, pp.3939-3953
- Brace, W.F. and Riley, D.K. (1972), "Static uniaxial deformation of 15 rocks to 30kb", *International Journal of Rock Mechanics* and Mining Sciences, Vol.9, pp.271-288.
- Caner, F.C. and Bazant, Z.P. (2000), "Microplane Model M4 for Concrete II: algorithm and calibration", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.126, No.9, pp.954-961.
- Carol, I., Bazant, Z.P. and Prat, P.C. (1991), "Geometric damage tensor based on microplane model", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.117, No.10, pp.2429-2448.
- Fujii, Y., Kiyama, T., Ishijima, Y. and Kodama, J. (1998), "Examination of a Rock Failure Criterion Based on Circumferential Tensile Strain", *Pure and Applied Geophysics*, Vol.152, pp.551-577.
- Hoxha, D. and Homand, F. (2000), "Microstructural approach in damage modeling", *Mechanics of Materials*, Vol.32, pp.377-387.
- Jirasek, M. (1993), "Modeling of fracture and damage in quasibrittle materials", Ph. D. Dissertation, Northwestern University: Evanston, IL.
- Martin, C.D. and Chandler, N.A. (1994), "The progressive fracture of Lac du Bonnet granite", *International Journal of Rock Mechanics* and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, Vol.31, No.6,

pp.643-659.

- Martin, C.D. (1997), "Seventeenth Canadian Geotechnical Colloquium: The effect of cohesion loss and stress path on brittle rock strength", *Canadian Geotechnical Journal.*, Vol.34, pp.698-725.
- Mastuda, Koji., Mizutani, Hitoshi., and Yamada, Isao (1987), "Experimental Study of Strain-rate dependence and Dependence of Failure Properties of granite", *Journal of physics of the earth*, Vol.35, pp.37-66.
- Peng, S. A. and Johnson, M. (1972), "Crack growth and faulting in cylindrical specimens of Chelmsford granite", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol.9, pp.37-86.
- 23. Taylor, G.I. (1938), "Plastic strain in metals", *The Journal of the Institute of Metals*, Vol.62, pp.307-324.
- Tapponier, P. and Brace, W.F. (1976), "Development of stressinduced microcracks in Westerly granite", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomchanics Abstracts*, Vol.13, pp.103-112.
- Valliappan, s. and Wang, Y. C. (1994), "Advances in Computational Mechanics Applied to Wave Propagation Problem", Computer Methods and Advances in Geomechanics, pp.347-360.
- Wawersik, W.R. and Brace, W.F. (1971), "Post-failure behavior of a granite and diabase", *Rock Mechanics*, Vol.3, pp.61-85.

(접수일자 2005. 11. 29, 심사완료일 2006. 2. 10)